

Solution de l'exercice VI.8.67

On trouve facilement que
 $\chi_f = (x-1)^2(x-2)^2$.

Puis $\ker(f - \text{Id}) = \text{Vect}\{(2, 1, 0, 0), (1, 0, -1, 0)\}$
et $\ker(f - 2\text{Id}) = \text{Vect}\{(1, -2, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\}$

Il s'ensuit immédiatement que f est diag.
et que ds la base \mathcal{B} suggérée ci-dessus,

$$\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$