$\boxed{\text{Ex. VII.6.18}}$

On se place ds l'e.v.e. $\mathbb{R}^3$ standard. On considère $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, endo. de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice ds la base canonique $\mathcal{E}$ est

$$A = \mathrm{Mat}_{\mathcal{E}}(f) = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 24 \\ 0 & 25 & 0 \\ 24 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

<u>Obs.</u> : ${}^tA = A$, $(0,1,0)$ est v.p. de v.p. 25

- Comme $\mathcal{E}$ est une b.o.n., la sym. de A assure que f est un endo. autoadjoint.
- Un calcul simple mq $\chi_f = -(X-25)^2(X+25)$. Donc 25 et -25 sont les v.p. de f et f est diag. puisque sa matrice ds une b.o.n. est sym. On a donc

$$\mathbb{R}^3 = \mathrm{Ker}(f - 25\,id) \oplus \mathrm{Ker}(f + 25\,id)$$

avec $\dim \mathrm{Ker}(f - 25\,id) = 2$ et $\dim \mathrm{Ker}(f + 25\,id) = 1$.
- Posons $b_1 = (3,0,4)$, $b_2 = (0,1,0)$, $b_3 = (4,0,-3)$. Alors $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ est une b.o.g. de v.p. de f, de v.p. resp 25, 25 et -25:

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & -25 \end{pmatrix}$$

$$= 25 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ainsi, f est la comp. de l'homothétie de rapport 25 et de la réflexion par rapp. à $\mathrm{vect}\{b_1, b_2\}$.