$\boxed{\text{VII}\cdot 6\cdot 23\ (6)}$

On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et on note u l'endo. de $\mathbb{R}^3$ dont A est la matrice ds la base canonique.

Comme la b.c. est orthonormée et comme ${}^tAA = I_3$ et $\det(A) = -1$, on sait que u est une isométrie de dét. -1 (§ 0.2 du cours). Le cours assure alors que u est la composée d'une rotation ρ d'axe $\ker(u + \mathrm{id}_{\mathbb{R}^3})$ et d'une réflexion τ par rapport à l'orthogonal de cet axe.

Un calcul simple montre que $\ker(u + \mathrm{id}_{\mathbb{R}^3}) = \mathbb{R} f_1$ où $f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)$. De plus, si l'on choisit f_2 et f_3 tq $\mathcal{F} = \{f_1, f_2, f_3\}$ soit une b.o.n.d. la matrice de u ds $\mathcal{F}$ sera de la forme

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

et u sera composée de la rotat° ρ et de la réflexion τ tq

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{F}}(\rho) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{F}}(\tau) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On trouve que $\theta = \pi/3$ par la méthode habituelle : ρ est la rotat° d'axe $\mathbb{R}f_1$ dont la mesure d'angle relatif au choix de f_1 est $\pi/3$ et σ est la réflexion par rapport à $(\mathbb{R}f_1)^\perp$.